2. КРИЗИС В МАТЕМАТИКЕ

> ...я представляю себе теорию множеств, Mengenlehre,* где существуют и действуют бесконечные величины, исчерпать которые не в силах даже бессмертный, трать он на их исчисление за вечностью вечность, и чьи призрачные династии зашифрованы буквами еврейского алфавита. В этот тончайший из лабиринтов мне не ступить вовек.[1]
>
> *Хорхе Луис Борхес. Нихон. Мадрид, 1981***

Примерно в то время, когда русское православие терзалось богословской проблемой имяславия, в сфере математики также царил беспорядок, вызванный тем, что немецкий математик Герман Вейль впоследствии назовет «Grundlagenkrise der Mathematik» (кризисом оснований математики).[2] Две истории, столь разные по своим истокам, сошлись вместе почти столетие тому назад в спорах Дмитрия Егорова и Николая Лузина со своими французскими коллегами. Вскоре даст о себе знать различие между французским и русским подходами.

Кризис в математике был вызван возникновением и становлением в Германии в последнее десятилетие XIX века теории множеств. «Множество» — совокупность объектов, обладающих определенным свойством и имеющих «имя». Например, множество всех жирафов в Северной Каролине можно назвать «жирафы Северной Каролины». У него конечное число элементов. Своим описанием это множество отличается от множества всех цветов в вашем саду или от множества всех жителей Кипра, но в любом случае число элементов такого множества конечно. Более интересны множества с бесконечным числом элементов, например множество всех натуральных чисел (1, 2, 3, 4, 5, 6...), впоследствии получившее обозначение **N**, где скобки означают, что подразумевается весь потенциально бесконечный ряд натуральных чисел. Множество всех точек на отрезке тоже беско-

---

* Теория множеств (*нем.*).

** Х.Л. Борхес, *Тайнопись,* пер. Б. Дубина.

нечно, но это бесконечность другого рода. Такие примеры поднимают вопрос об определении «бесконечности», чего математики не сумели сделать на протяжении более чем двух тысячелетий. Тем не менее, заметил Вейль, «математика — это наука о бесконечности». Теория множеств пытается выявить структуру, пригодную для любого фрагмента математики, и определение бесконечности — решающий момент в ее разработке.

Большинство нематематиков считают, что у них есть определенное представление о том, что такое «бесконечность»; наверняка они скажут: «Это то, что не имеет конца или предела». Для математиков проблема бесконечности оказалась очень непростой. Споры о бесконечности сыграют важную роль в нашей истории о русских и французских математиках начала XX века.

Как определить бесконечность? Существует ли она в действительности или является абстракцией? Имеется ли всего одна «бесконечность» или их несколько, возможно, очень много? Может ли какая-то бесконечность быть «больше», чем другая? Немецкий математик Георг Кантор, глубоко исследовавший эти вопросы, создал теорию множеств. Кантор сумел наконец дать математическое определение бесконечности после 2500 лет безуспешных попыток философов и ученых, и окончательный итог его трудов заключался в том, чтобы превратить теорию множеств в *lingua franca* математики. Развитие концепций бесконечности в истории культуры до и после Кантора свидетельствует о высочайшем уровне его достижений.

Первый проблеск идеи бесконечности возник, вероятно, на самой заре цивилизации. Возможно ли вполне оценить значение первых нетривиальных мыслей наших далеких предков, которые бросали взгляд на ничем не ограниченный горизонт и переживали время, непрерывно устремляющееся из прошлого в неизвестное и устрашающее будущее? Когда они сумели прийти к идее безграничности пространства и времени? Сочетали ли они с самого начала эту идею с понятием безграничной силы, пребывавшей над ними божественной или сверхчеловеческой сущности? Божественное совершенство стало в конце концов синонимом всемогущества, безмерной мощи. Являлась ли бесконечность божественной привилегией с самого начала? Скорее всего мы об этом никогда не узнаем, зато у нас есть ключ к этой тайне в одном древнегреческом слове, сочетающем в себе все эти понятия: апейрон (*apeiron*).

Это слово из первого философского трактата на греческом языке, принадлежащего Анаксимандру из Милета (610–540 гг. до н. э.). Он описал пребывающий в основе всех вещей принцип как апейрон, «беспредельное», «неопределенное», «лишенное границ, формы и качества». Это слово изначально содержит противоречие: оно пытается выразить то, что невыразимо (неописуемо).

На Германа Вейля, одного из ведущих математиков первой половины XX века, сильнейшее впечатление произвела история о школе Пифагора (569–500 гг. до н. э.) и ее увлеченности идеей бесконечности. Он писал:

> Помимо того, что математика является подручным инструментом естествознания, чистое математическое исследование, согласно мнению многих великих мыслителей, своим особым характером, безусловностью и строгостью приближает человеческий разум к божественному в большей мере, чем это способен сделать любой другой посредник. Математика — это наука о бесконечности, ее цель — символическое постижение бесконечности человеческими, то есть конечными средствами. Великим достижением было преобразование полярной противоположности конечного и бесконечного в мощное и плодотворное орудие познания действительности. Воспринятая на Востоке религиозная интуиция бесконечности, *апейрон*, овладела греческой душой. Напряжение между конечным и бесконечным и усилия по их примирению стали отныне движущей силой греческого исследования.[3]

Слова Вейля «воспринятая на Востоке» несомненно указывают на те годы, которые Пифагор, как полагают, провел в Египте, изучая мистические арифметические и геометрические учения жрецов Мемфиса.

Греческое слово *апейрон* содержало три главные идеи, сохранившиеся и в последующие столетия:

- неограниченность пространства и времени
- иррациональный, религиозный, мистический аспект бесконечности
- неопределимость и неописуемость бесконечности

Все три характеристики негативны и определяют то, чем бесконечность не является (неограниченная, нерациональная, неопределимая), а не то, чем она является.

Аристотель (384–322 гг. до н. э.) ввел различие, которое стали принимать и позднее: бесконечность — это потенциальность, а не актуальность. Он обратил внимание на то, что, если взять отрезок (одномерное пространство), его можно разделить пополам, получившуюся половину еще раз пополам, и так до бесконечности. Как он заметил, «всегда возможно помыслить большее число: величину можно делить бесконечное количество раз. Следовательно, бесконечность потенциальна, а не актуальна; число частей, которое может быть взято, превосходит любое наперед взятое число».* Подход Аристотеля господствовал на протяжении столетий. На нем основано дифференциальное исчисление и прочие математические операции с бесконечностью вплоть до времен Кантора. Даже сейчас идея бесконечности как потенциальности является интуитивным представлением непрофессионала, которому известно, что для любого заданного числа можно указать число, больше его.

Споры о бесконечности нередко приводили к парадоксам и антиномиям. Аристотель упоминает один из парадоксов Зенона о невозможности быстрого бегуна догнать медленного, который бежит впереди него:[4]

> ...самое медленное [существо] не сможет быть настигнуто в беге самым быстрым, ибо преследующему необходимо прежде прийти в то место, откуда уже двинулось убегающее, так что более медленное всегда должно будет на какое-то [расстояние] опережать [преследующего].

В ситуации преследования расстояние между преследуемым (обычно упоминаемым как «черепаха») и преследователем («Ахиллес») становится все меньше и меньше; но если описы-

* В переводе В.П. Карпова соответствующий отрывок из «Физики» Аристотеля выглядит так: «А в направлении к большему можно всегда идти [дальше и дальше], ибо дихотомические деления величины бесконечны. Таким образом, бесконечное здесь в возможности существует, в действительности же нет, и взятое [число] всегда превосхдит всякое определенное множество». — Аристотель, *Физика* III (Г): 7, 207b10–14.

вать преследование как последовательность моментов, в которые Ахиллес оказывается в том месте, где черепаха была до него, это расстояние никогда совсем не исчезнет. Таким образом, всякий понимает, что быстрый бегун догонит медленного, и однако же, согласно аристотелевскому изложению аргументации Зенона, не может этого сделать; что и приводит к парадоксу.

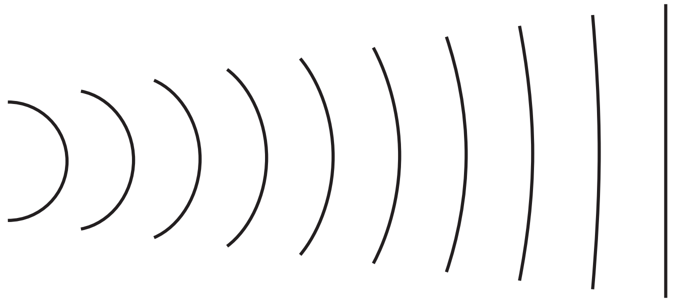
Подобные парадоксы не так-то просто разъяснить или опровергнуть. Бертран Рассел назвал их безмерно коварными и глубокими,[5] споры о них возникают до сих пор. Возьмем, например, нестандартное решение, предложенное Александром Есениным-Вольпиным, русским логиком, представителем школы ультрафинитизма, который был помещен в Советской России в психиатрическую больницу. Однажды Есенина-Вольпина спросили, как подсчитывать члены геометрической прогрессии числа 2: 2^1, 2^2, 2^3… 2^{100}. Он ответил, что вопрос «нуждается в уточнении». Тогда у него спросили, считает ли он, что число 2^1 «реально», и он незамедлительно ответил утвердительно. Затем его спросили, «реально» ли число 2^2. Он снова ответил «да», однако заметно медленнее. Тогда у него спросили о числе 2^3, он тоже отвечал «да», но еще медленнее. Подобные вопросы продолжались, пока не стало понятно, каким образом Есенин-Вольпин отвечает на них. Он всегда говорит «да», но о числе 2^{100} его ответ займет в 2^{100} больше времени, чем о числе 2^1. Так Есенин-Вольпин продемонстрировал свой собственный способ обращения с парадоксом бесконечности.[6]

Отчасти из-за этих парадоксов древние греки страшились бесконечности; так, слово *апейрон* нередко приобретало негативные ассоциации, вроде «бесформенного хаоса» — то, чего следует избегать. Аристотелево описание бесконечности как «потенции», а не «актуальности» — один из способов обращения с этой проблемой. По Аристотелю, бесконечность можно помыслить, но с ней нельзя иметь дело.

Плотин, мистик и философ неоплатонической школы конца классического периода (204–270 гг. н. э.) относился к бесконечности более позитивно и усматривал определенное соответствие между своим божеством, *Единым*, и неописуемой бесконечностью. Он утверждал, что если бы Единое не было бесконечным, тогда должно быть что-то за его пределами, а это он считал недопустимым. Интересно, что взгляды Плотина, положительным образом соединяющие бесконечность и божественность, привлекли внимание одного из главных героев этой книги, русского математика Николая Лузина. В 1909 году Лузин только-только оправился от умственного и духовного кризиса, вызванного политическими и научными событиями. Русская революция 1905 года положила конец его былой радикально-материалистической идеологии, а труды Георга Кантора и французских математиков (Лебег, Борель, Бэр) обнаружили в математике новые непростые проблемы. Под руководством отца Павла Флоренского Лузин пришел к религии, после чего в поисках философской и религиозной поддержки обратился к Плотину.

Поскольку бесконечность нередко рассматривают как предъявление некого знания о Боге, в Средние века она обладала особой привлекательностью. К примеру, Григорий да Римини (1300–1358) предполагал, что всякое нечто, которое бесконечно, может быть равно какой-то части всей бесконечности. Галилей тоже обнаружил нечто подобное, когда понял, что натуральных чисел столько же, сколько четных чисел. Написав «1, 2, 3, 4…», мы можем продолжать этот ряд неопределенно долго, этот ряд бесконечен. Но если написать только четные числа «2, 4, 6, 8…», этот ряд также можно продолжать неопределенно долго, он тоже бесконечен. Здравый смысл, однако, указывает на то, что четных чисел в два раза меньше, чем натуральных чисел (четных и нечетных), как же, в таком случае, получилось равенство двух упомянутых рядов? (Говоря современным языком, между этими двумя множествами имеется взаимно-однозначное соответствие.) Галилей сделал из этого примера вывод, что никакое определение бесконечности невозможно.

Более полный и позитивный подход был предложен Николаем Кузанским (1401–1464), который выдвинул немало опережающих свое время идей, включая гелиоцентрический взгляд на отношение Земли и Солнца. Ему принадлежат также метафизические соображения по поводу геометрических аналогий, иллюстрирующих смысл бесконечности. Николай Кузанский изобразил несколько окружностей все большего диаметра, демонстрируя, что дуга каждой следующей окружности все точнее приближается к прямой линии, как это видно на рисунке:



Чем больше диаметр окружности, тем точнее ее дуга приближается к прямой

Дуга окружности бесконечного диаметра совпадает в таком случае с прямой линией. Вместе с тем Николай Кузанский считал, что рациональный ум не в силах понять бесконечность, подобную этой, — для ее понимания необходимо мистическое, религиозное озарение.

Важное открытие было сделано чешским священником Бернардом Больцано (1781–1848), предпринявшим тщательное изучение средневековой философии. В своей книге «Paradoxien des Unendlichen» («Парадоксы бесконечности») он пытался оперировать различными математическими бесконечностями так же, как обычными конечными числами. Больцано предложил слово «множество» (*die Menge*) и защищал понятие «актуальной бесконечности». Более того, он утверждал, что две бесконечности равны, если существует правило, позволяющее установить взаимно-однозначное соответствие между элементами обоих множеств.

Теорию множеств как таковую создал Георг Кантор, родившийся в 1845 году в Санкт-Петербурге, где его отец был коммерсантом. Родители отца были евреями, принявшими лютеранское исповедание. В 1856 году, когда сыну исполнилось одиннадцать лет, семья переехала в Германию, где Георг учился в школах Висбадена и Дармштадта. С раннего детства он проявил необыкновенные способности к математике, особенно к тригонометрии. Он также изучал и любил философию и богословие; религия оказывала на него сильнейшее воздействие на протяжении всей его жизни. В 1862 году Кантор поступил в Цюрихский политехнический институт и вскоре убедил отца, который хотел, чтобы тот стал инженером, что его профессией будет математика. Он учился в Берлинском и Гёттингенском университетах, а после защиты дипломной работы по математике в 1869 году занял должность в университете в Галле.

Теория множеств возникла в декабре 1873 года, когда Кантор, к собственному удивлению, доказал, что множество всех натуральных чисел **N** (в 1895 году Кантор назовет количество элементов в нем — $\aleph_0$, алеф-нуль) и множество всех вещественных чисел **R** (континуум) имеют разное количество элементов, разные «кардинальные числа». Вполне естественно было задаться вопросом, существует ли между множеством натуральных чисел и множеством действительных чисел множество с отличным от них «кардинальным числом»? Это ослабленная разновидность континуум-гипотезы,[7] сформулированной в 1879 году и ставшей впоследствии источником не только многолетних трудов Кантора, но и психических срывов некоторых математиков, включая самого Кантора в 1884 году, Бэра и Александрова.

За тридцать лет интенсивной работы Кантор заложил основы теории множеств. На начальном этапе своих исследований (1873–1882) он занимался проблемой подмножеств прямой действительных чисел и получил несколько поразительных результатов, вроде того, о котором мы упоминали.

Кантор дал первое определение множества в 1883 году, когда написал Рихарду Дедекинду:

> Под «многообразием» или «множеством» я понимаю вообще всякое многое, которое можно мыслить как единое, т. е. всякую совокупность определенных элементов, которая может быть связана в одно целое с помощью некоторого закона, и таким образом я думаю определить *нечто*, родственное платоновскому eidos или idea.[8] [Кантор предпочитал эти термины аристотелевскому всего лишь потенциальному *апейрону*; кроме того, он цитировал платоновский диалог «Филеб».]

Кантор начал с операции, которая приводит в соответствие каждой части P линии множество P', названное им «производным множеством» и состоящее из граничных точек P. Затем Кантор повторил операцию: для каждой части P берется P’, затем «производное множество» для P’, получающее название P”… и т. д. Эту операцию можно повторять бесконечное число раз и даже сверх того, «трансфинитно». Относительно этого процесса Кантор зявил: «Мы наблюдаем диалектическое порождение понятий, которое ведет все дальше и дальше, и вместе с тем остается вполне последовательным и совершенно свободным от всякой произвольности».[9]

Подобно натуралисту, собирающему экзотические цветы, Кантор собрал большое число примеров, включая так называемое «тернарное множество Кантора», играющее с тех пор очень важную роль в математике (не так давно его использовали в качестве примера фрактала). Кантор разделил отрезок, скажем (0, 1), на три части и удалил среднюю треть. Повторяя этот процесс, он удалил средние трети из двух оставшихся отрезков и так далее, как показано на рисунке:

Тернарное множество Кантора

Объединение всех оставшихся подмножеств и есть тернарное множество Кантора. У него такое же «кардинальное число», что и у континуума.

Первый значительный результат, касающийся континуум-гипотезы, был получен в 1884 году, когда Кантор доказал, что любое замкнутое множество либо является счетным, либо имеет взаимно-однозначное соответствие с тернарным множеством Кантора, показав, таким образом, что все замкнутые подмножества прямой подтверждают континуум-гипотезу. Для Кантора это оказалось ключом к истинности континуум-гипотезы в целом.

Кантор ввел также бесконечную иерархию кардинальных и ординальных чисел, которую лучше всего пояснить на примере. Представим себе, что ребенку дали несколько яблок. Он может посмотреть на яблоки и сказать: «Одно, два, три, четыре, пять, шесть, семь. У меня семь яблок». Первое «семь» означает последнее наблюдаемое яблоко, второе «семь» относится ко всему множеству яблок. Первое «семь» — ординальное число (у Кантора *Zahl*), второе «семь» — кардинальное число (*Anzahl*). Кантор распространил эти два понятия на любое множество S (конечное или бесконечное) при условии, что элементы множества даны в определенном порядке.

Пусть, например, ω будет ординальным числом множества натуральных чисел, перечисленных в обычном порядке:

$$1, 2, 3\ldots$$

Запишем множество натуральных чисел в другом порядке: сначала четные числа, затем нечетные числа, поместив 1 в конце:

$$2, 4, 6\ldots; 3, 5\ldots; 1$$

Ординальное число этого упорядоченного множества представляет собой $\omega + \omega + 1$, а кардинальное число — алеф-нуль, как и у всех счетных множеств. Таким образом, если изменить порядок множества, меняется его ординальное число, но не кардинальное.

В своем фундаментальном труде «Grundlagen einer allgemeinen Mannichfaltigkeitslehere» («Основания общей теории множеств») Кантор в ответ на критику Леопольда Кронекера выдвинул метафизические идеи «свободной математики». Верность этим идеям он сохранял всю свою жизнь, они соответствовали его религиозной вере. Находясь под сильным влиянием Спинозы, Кантор считал, что математические понятия имеют «имманентную реальность», основанную на определимости и непротиворечивости, а «транссубъективная или преходящая» реальность зависит от воспроизведения во внешнем мире. Обе эти разновидности существования соотносятся друг с другом.

«Новая свобода математики» обеспечила ей пространство для дальнейшего развития, что произвело сильное впечатление на русских, находившихся под влиянием имяславия, и стимулировала аксиоматический подход, разработанный Давидом Гильбертом в 1930-х годах. Русские математики, оглядываясь на то, что сделал Кантор, приписывали «именованию» в математике новый смысл: ведь Кантор поименовал всю иерархию алефов, которые обладали «имманентным» существованием. Русские математики полагали, что новые бесконечные множества после их поименования обретают реальность, которой они до этого не обладали.

Кантор сознавал важность предпринятых им шагов. Он писал Дедекинду в письме, которое приводилось выше:

> Благодаря Всемогущему Богу я достиг весьма значительных <…> результатов в теории множеств <…> и нашел то, что созревало во мне все эти годы и что я так долго искал.

Реакция на новую теорию была в Германии очень разной: молодое поколение математиков ее приветствовало, зато берлинская школа под руководством Леопольда Кронекера была настроена к ней очень враждебно. Кронекер полагал, что когда-нибудь «и анализ и алгебра будут основаны на строгом понятии натурального числа» и что вся математика будет построена посредством конечного числа операций. Эта враждебность отрицательным образом повлияла на академическую карьеру Кантора и на его душевное состояние.

Выдающийся французский математик Шарль Эрмит, родной дядя Поля Аппеля и тесть Эмиля Пикара, не был столь суров, как Кронекер. Он изучал традиционную французскую философию и терпеть не мог разрывные функции (функции, которые не являются гладкими, а имеют скачки или изломы), но тем не менее признавал их существование. Эрмит проанализировал свои философские предпосылки в письме от 24 декабря 1880 года шведскому математику Гёста Миттаг-Леффлеру:

> Для меня анализ — это прежде всего наука наблюдения. Я воспринимаю аналитиков как натуралистов, которые очами разума созерцают такой же реальный мир, как и мир природы, внешние по отношению к себе сущности, которые они не создавали и существование которых так же необходимо,

> как существование вещей, животных и растений. Поэтому изучение субъективного мира открывает возможность интуиции, некоего взгляда на реальный мир.[10]

Эрмит полагал, что открытие разрывных функций умаляет веру «естественных философов» во взаимосвязь законов природы и заставит их пересмотреть понятие реального мира.

Среди немецких математиков Пауль Дюбуа-Реймон (1831–1889) тоже критиковал новую теорию множеств. Он принимал «актуальную бесконечность», но отвергал связанные с пониманием континуума теоретические предпосылки, поскольку Кантор не делал среди множеств различий; в отличие от него Дюбуа-Реймон хотел придать континууму некий мистический статус вне математики. Он считал, что понимание континуума находится за пределами способностей математиков.

Миттаг-Леффлер сразу же обнаружил возможность использовать идеи Кантора в теории аналитических функций, гораздо более податливой для математического исследования, чем проблемы континуума, и стал активным сторонником теории множеств, способствуя распространению идей Кантора среди своих коллег и друзей — выдающихся французских и немецких математиков. Одним из них был Шарль Эрмит, другим — Анри Пуанкаре, будущая звезда французской математики, впоследствии ее патриарх, «последний математик-универсал».

В 1882 году Миттаг-Леффлер посоветовал перевести труд Кантора на французский, хотя сам был согласен скорее с «математикой» Кантора, чем с его «философией». Эрмит и Пуанкаре согласились с тем, что французские читатели Кантора могут не принять «исследование, которое является одновременно и философским, и математическим и в котором царит произвол». Эрмит считал труд Кантора в большей степени немецкой метафизикой, чем математикой. Возможно, по этой причине он предложил в качестве переводчика священника-иезуита из Сен-Сюльпис, заметив, что «философский поворот в рассуждениях [Кантора] не окажется помехой для переводчика, который знает Канта».[11] В ходе работы над переводом Эрмит и Пуанкаре предлагали удалить из него философские рассуждения. Даже кое-что из математики казалось им слишком абстрактным; как заметил Пуанкаре, «высшие бесконечности» выглядят как «облако формы без материи, что противоречит французскому духу».[12]

Здесь Пуанкаре продемонстрировал собственный подход к математике и математическим объектам: они не должны быть чисто абстрактными понятиями, а обязаны отсылать к материальным объектам — телам, планетам, народам. Подобный аристотелевский подход был составной частью французской традиции (Лаплас, Фурье), оказавшей влияние на французскую школу математической физики и бо́льшую часть французской математической школы вплоть до Второй мировой войны. Французский подход станет причиной разногласий между Пуанкаре и Гильбертом на Международном конгрессе математиков в Париже в 1900 году. Даже французский математик Эмиль Борель, использовавший понятия из теории множеств Кантора для дискретных множеств, испытывал растущее недоверие к этой теории. Несмотря на неприязнь французов к теории множеств, ее понятия широко распространились среди математиков в конце XIX века.

В августе 1897 года французский математик Жак Адамар, выступая в Цюрихе, предложил применять теорию множеств не только для рассмотрения точек в континууме, но и для изучения «множеств функций». Это предложение было мотивировано проблемами вариативного исчисления и предпринималось совместно с итальянской школой. Через десять лет эта область математики получит дальнейшее развитие в трудах Мориса Фреше, студента Адамара, и приведет к рождению функционального анализа.

После поездки в Турин французский математик Рене Бэр осуществил настоящий прорыв в современном анализе функций и разработал классификацию большинства непрерывных и разрывных функций. Диссертация Бэра 1899 года на эту тему едва не вызвала скандал во французском математическом сообществе. Эмиль Пикар, один из членов Ученого совета, из уважения к безусловным математическим способностям Бэра одобрил эту диссертацию — как и другие члены совета, Дарбу и Аппель, но высказал скептические суждения касательно метода Бэра в целом. Собственно, Пикар был против попыток смешивать философию и математику. Бэр оказался к ним более снисходителен, но у него, как и у многих представителей французской школы, имелись определенные сомнения.

Среди французских математиков главными борцами с проистекающими из теории множеств следствиями были Эмиль Борель (1871–1956), Анри Лебег (1875–1941) и Рене Бэр (1874–1932), которые названы в этой книге «французской троицей». Следуя Кантору, они вписали в историю математики яркую страницу, но впоследствии их одолели сомнения по поводу сделанного. Достигнув интеллектуальной пропасти, они остановились. Перед лицом устрашающей перспективы и под влиянием окружающей их рационалистической культуры они утратили самообладание, и каждый из них пережил это по-своему.

Но прежде чем все это случилось, они передали свои знания русским математикам Дмитрию Егорову (1869–1930) и Николаю Лузину (1883–1950), которые вместе со своим другом Павлом Флоренским (1882–1937) образовали «русскую троицу». Воодушевленные мистической верой в силу имяславия, которую афонские монахи распространили по России, русские сумели перешагнуть через пропасть. В разной реакции французов и русских на теорию множеств очевидно влияние различных культурных и религиозных традиций.